

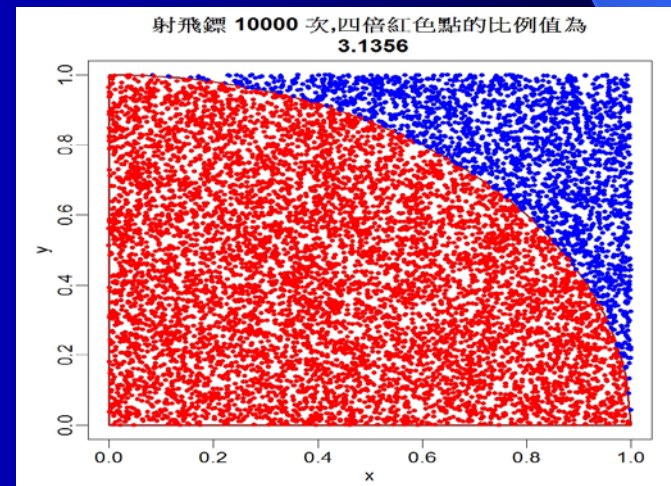
猜測的藝術— 先請電腦幫忙猜猜看

鄭順林 副教授
國立成功大學統計系

大綱

- 一、 幾個可以用電腦幫忙猜測的問題
彈珠台、大樂透、喝咖啡、求積分
- 二、 核心的方法：蒙地卡羅法簡介
- 三、 使用的免費軟體：R簡介

今天要請電腦幫忙猜測什麼？



夜市彈珠台

試運氣 贏獎品



獎品：憤怒鳥小抱枕



第一項 今天要請電腦幫忙猜測什麼？

在夜市選哪一家彈珠台

比較會打中憤怒鳥抱枕？



左邊黃色攤位：13 行11列
20球50元
第一行兩球紅色憤怒鳥一隻

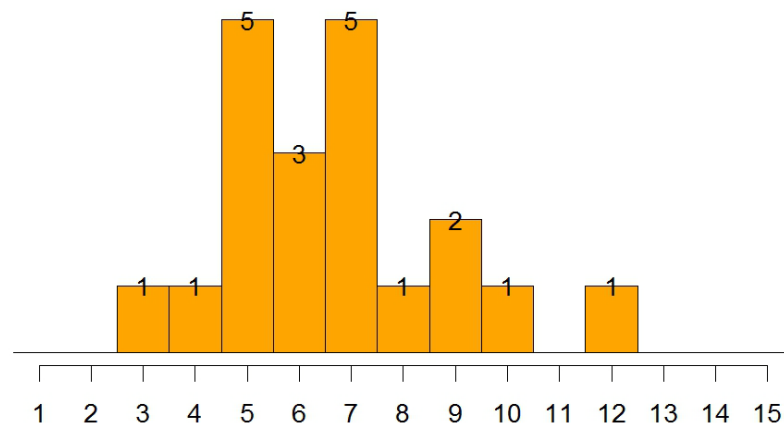
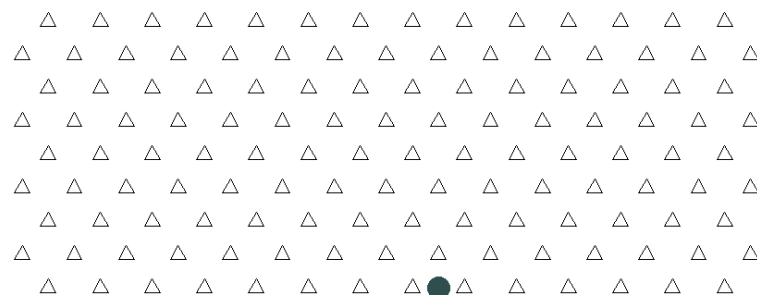
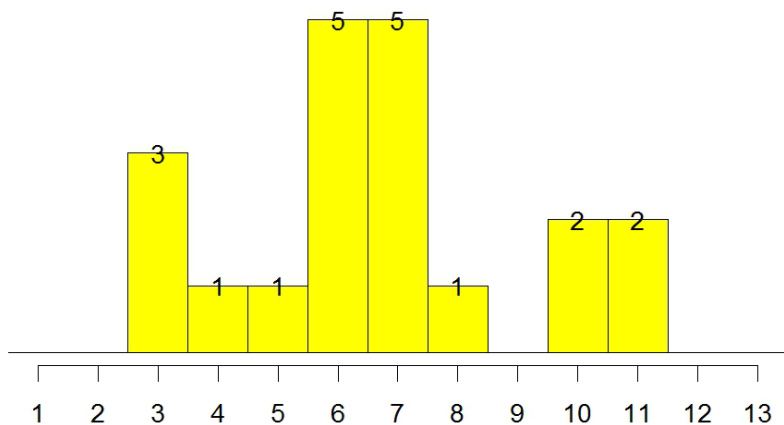
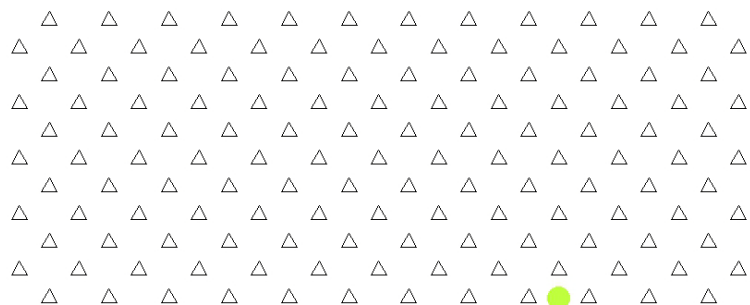


右邊橘色攤位：15 行9列
20球50元
第一行一球紅色憤怒鳥一隻

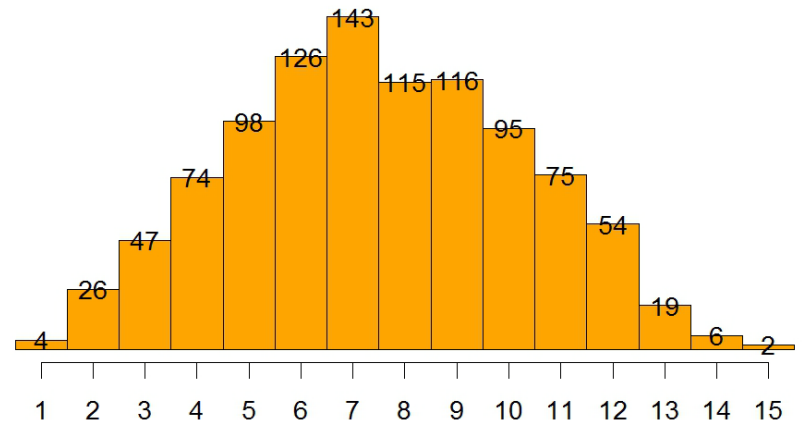
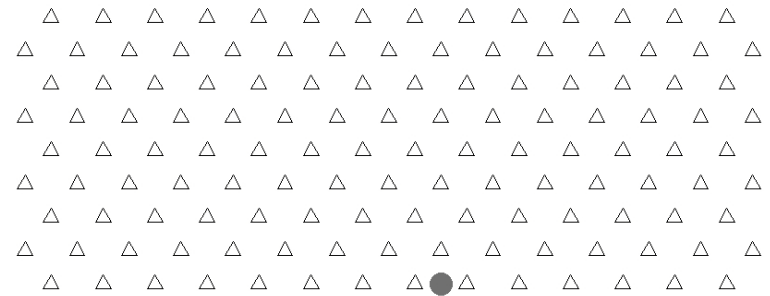
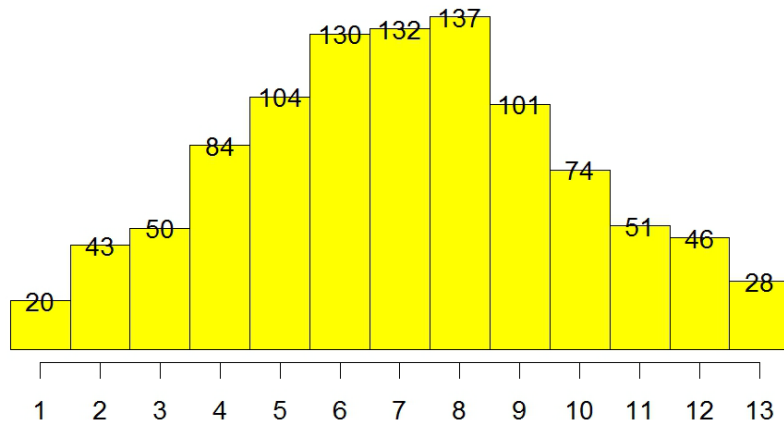
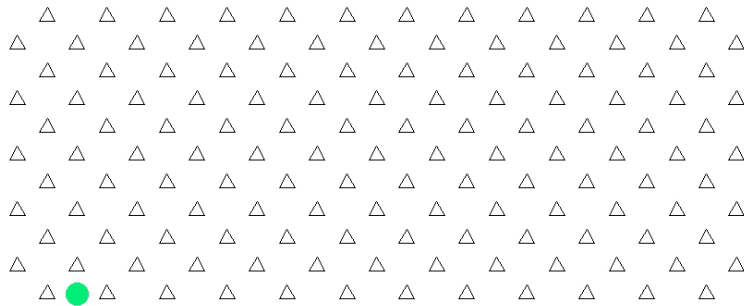
彈珠台的比較

- 左邊黃色攤位：13 行11列 20球50元
 - 第一行兩球紅色憤怒鳥一隻
- 右邊橘色攤位：15 行9列 20球50元
 - 第一行一球紅色憤怒鳥一隻
- 要選哪一台？

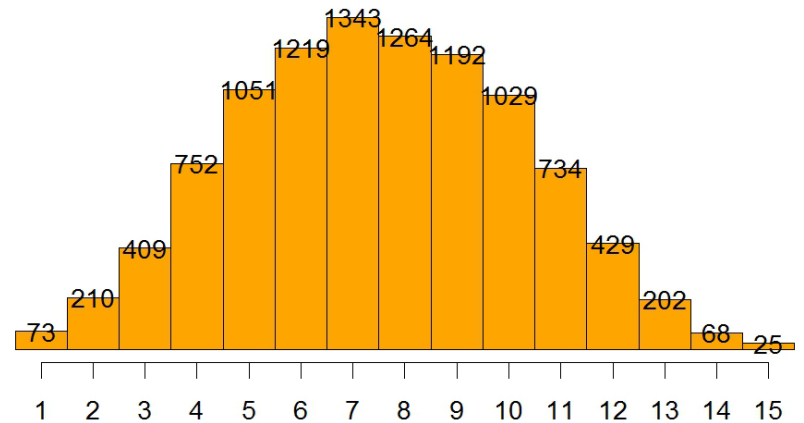
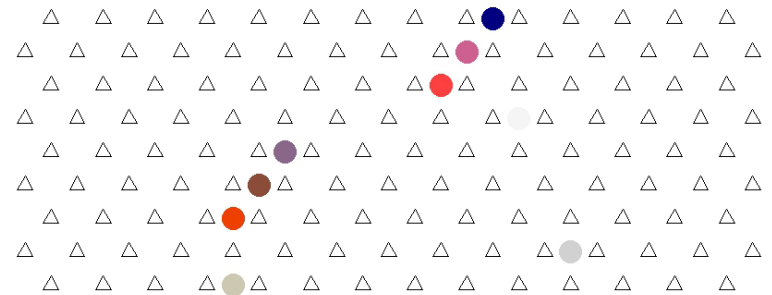
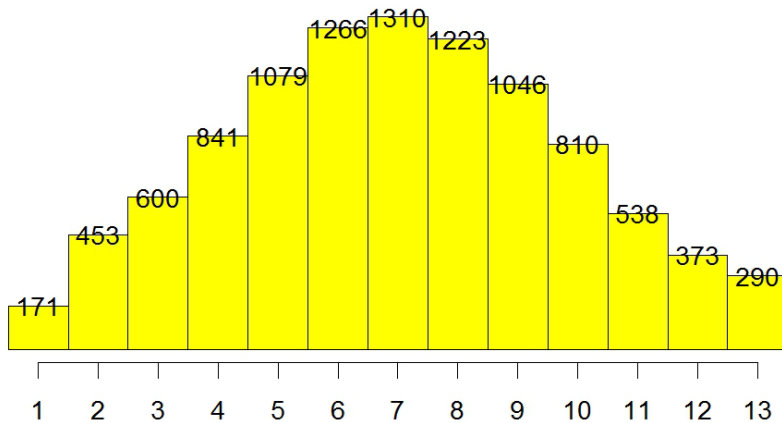
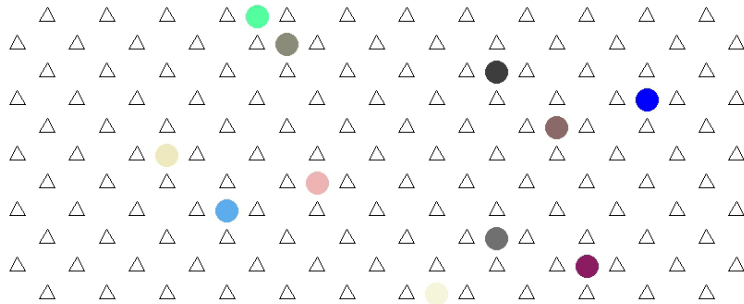
都玩一次20球看看運氣



用電腦玩1000球



用電腦玩10000球



彈珠台的比較

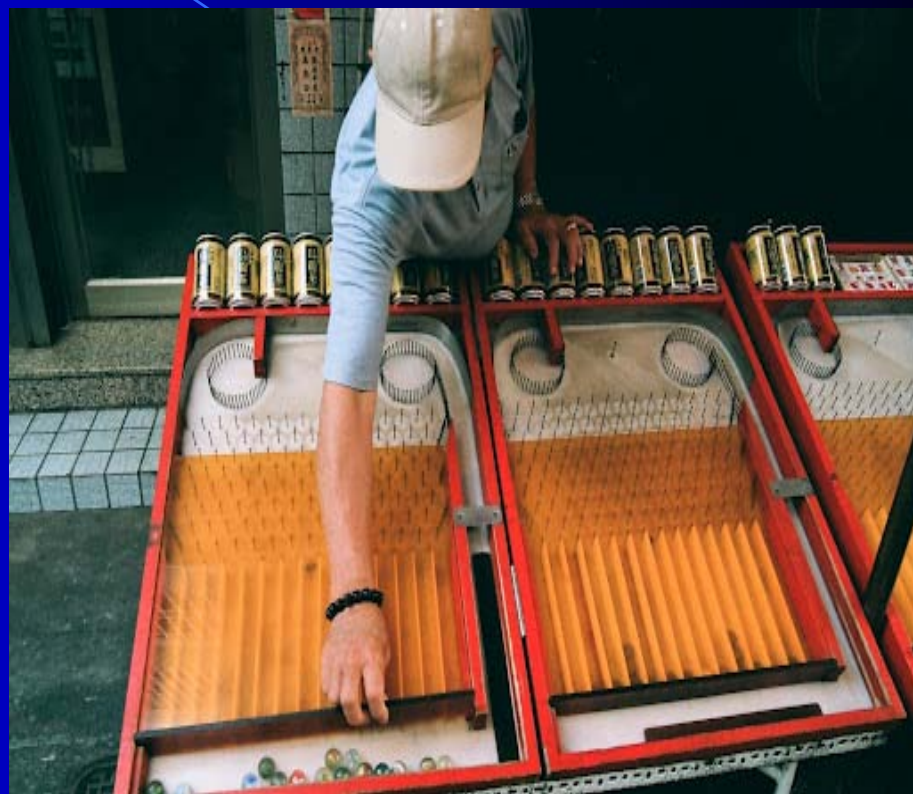
- 左邊黃色：13 行11列 20球50元
 - 第一行兩球紅色憤怒鳥一隻
- 右邊橘色：15 行9列 20球50元
 - 第一行一球紅色憤怒鳥一隻
- 要選哪一台？
- 左邊黃色平均 $(50 \times 500) / 85$ (元/隻) = 294
- 右邊橘色平均 $(50 \times 500) / 73$ (元/隻) = 342

彈珠台的比較

影響得獎的主要因素是什麼？



左邊黃色攤位：13 行11列
20球50元
第一行兩球紅色憤怒鳥一隻



右邊橘色攤位：15 行9列
20球50元
第一行一球紅色憤怒鳥一隻

第二項今天要請電腦幫忙猜測什麼？

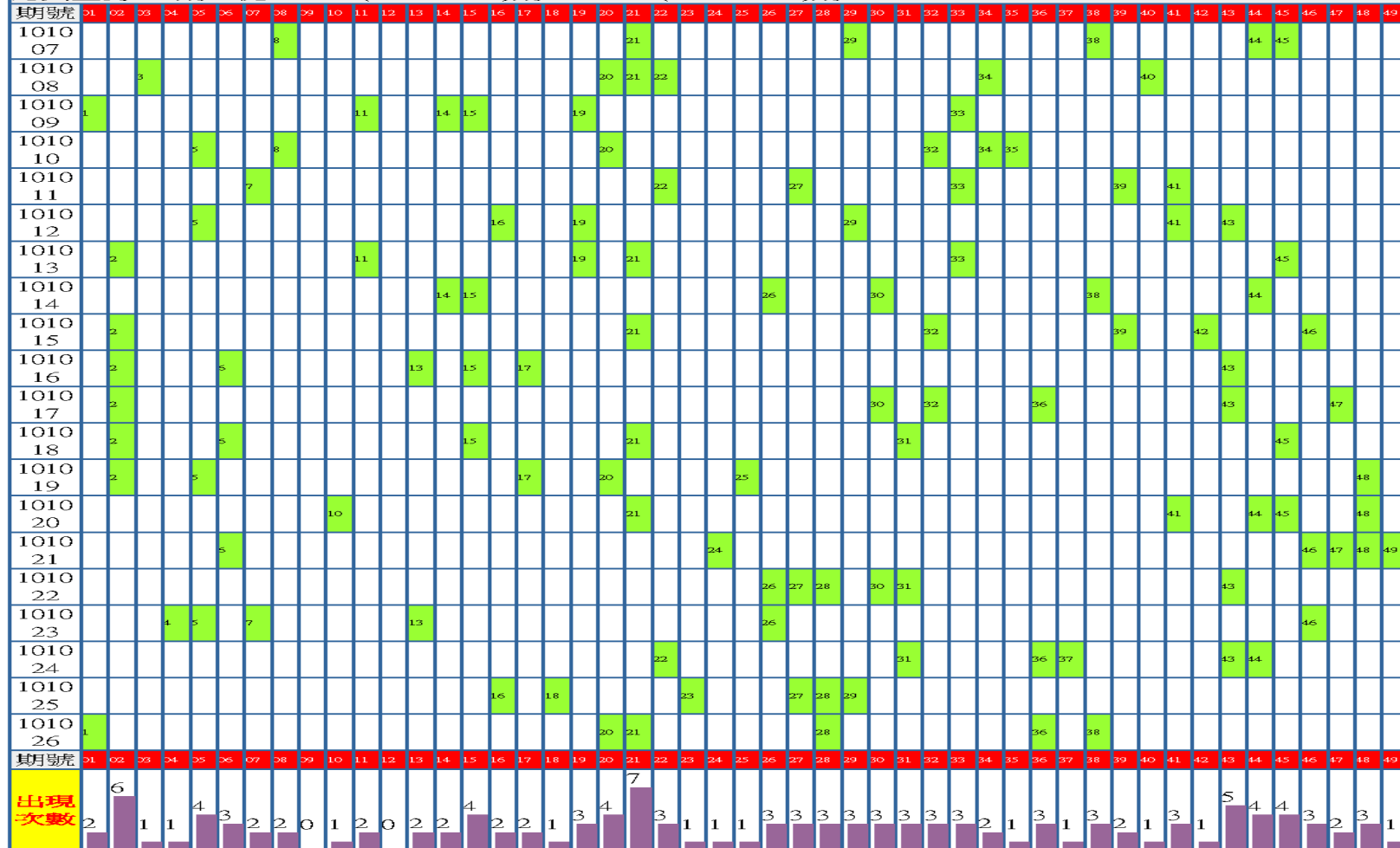
從過去開獎號碼看起來，到底有沒有常出現的號碼？



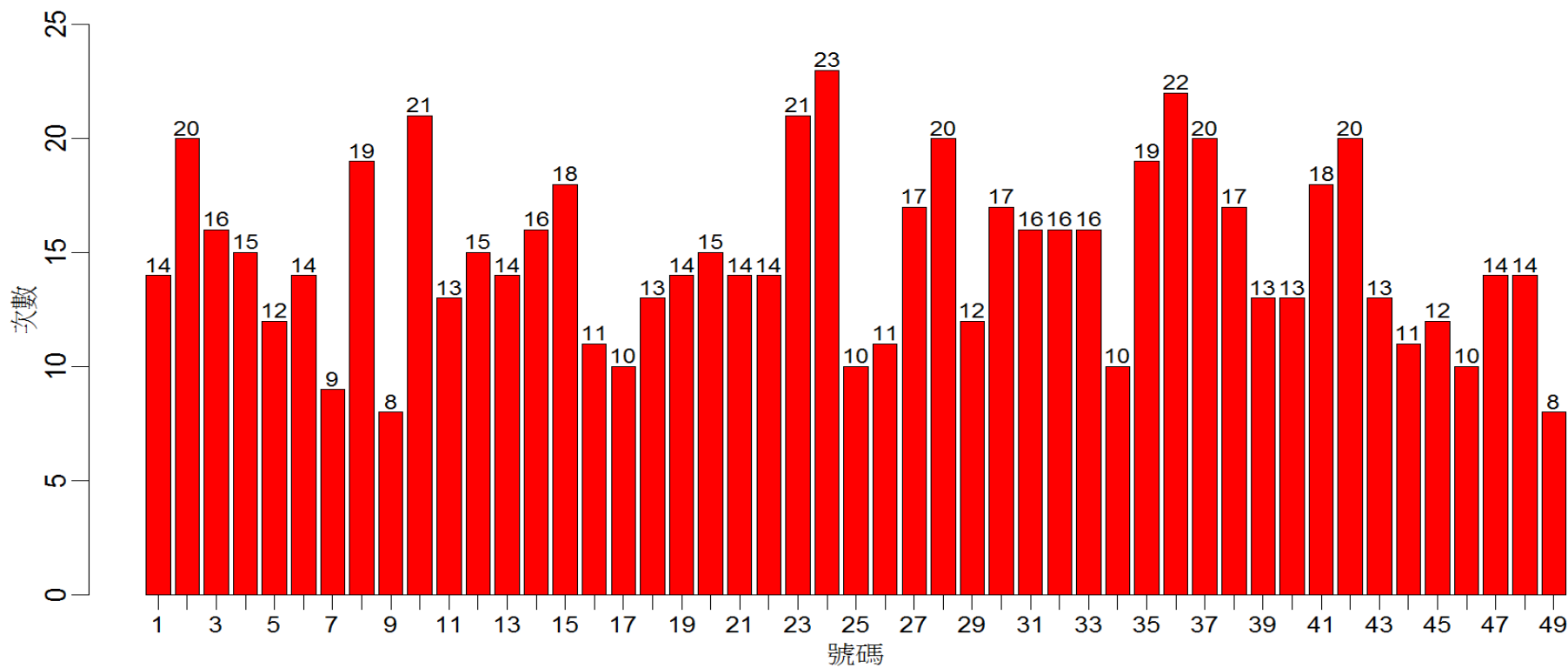
樂透彩號碼出現次數能幫助下次 中獎嗎？看連續20期

大樂透數據分析：分佈圖(不含特別號)

總共查詢 20 期，從 101007(2012-01-24)期～101026(2012-03-30)期



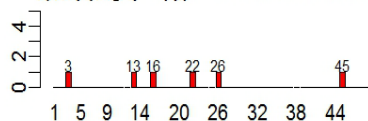
樂透彩號碼出現次數能幫助下次 中獎嗎？看連續100期



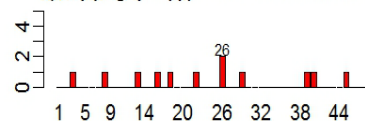
如果1-49個號碼出現的機會一樣， 出現次數分佈會呈現什麼圖形？

用電腦公平搖獎 10 期

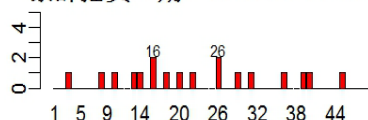
累計搖獎 1 期: 16 13 26 3 22 45



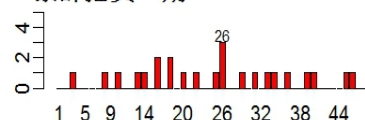
累計搖獎 2 期: 40 18 26 8 29 39



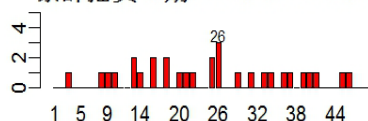
累計搖獎 3 期: 14 20 36 31 10 16



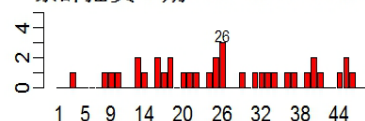
累計搖獎 4 期: 18 34 26 33 25 46



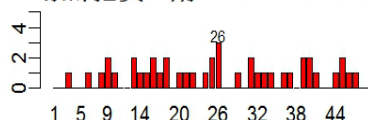
累計搖獎 5 期: 21 9 37 41 25 13



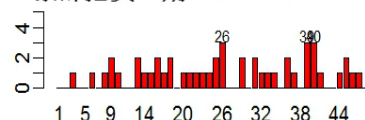
累計搖獎 6 期: 24 45 17 44 32 40



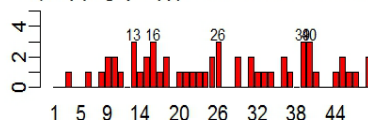
累計搖獎 7 期: 9 31 47 6 15 39



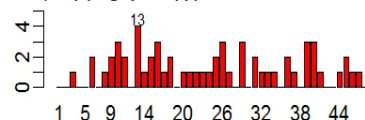
累計搖獎 8 期: 39 40 29 23 36 49



累計搖獎 9 期: 11 15 16 10 49 13

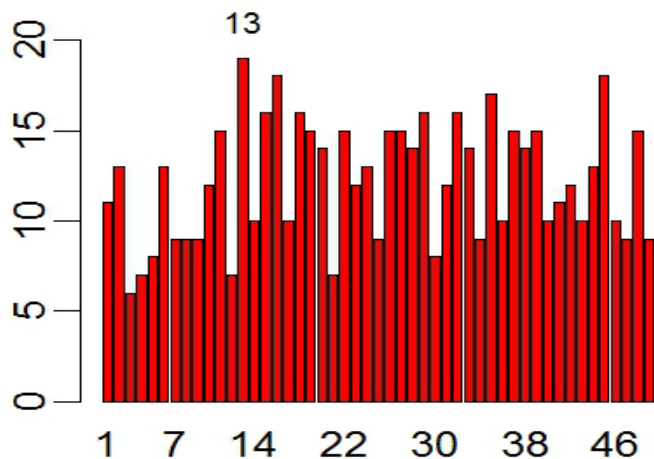


累計搖獎 10 期: 29 13 6 11 27 10

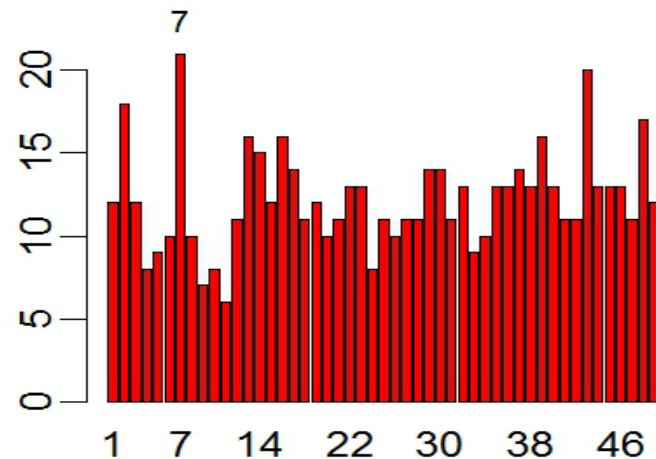


用電腦公平搖獎 100 期，重複 4 遍

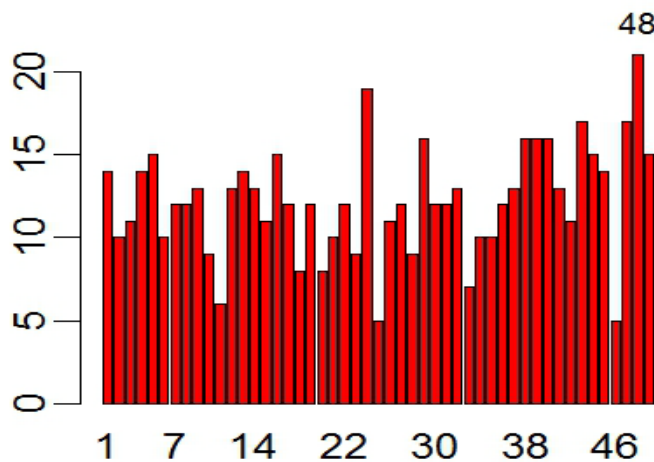
累計搖獎 100 期 第 1 遍



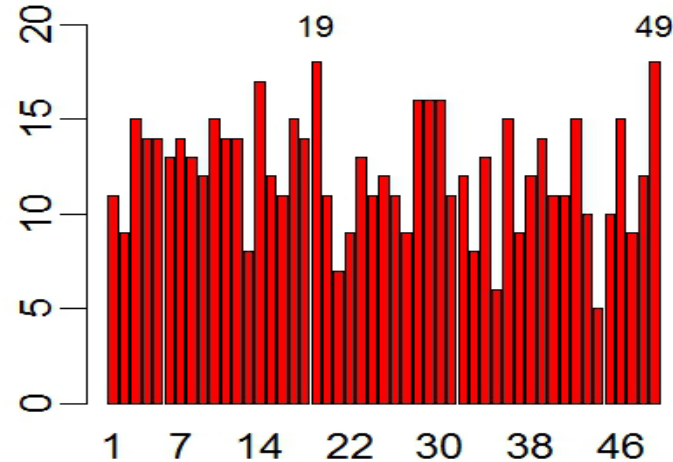
累計搖獎 100 期 第 2 遍



累計搖獎 100 期 第 3 遍

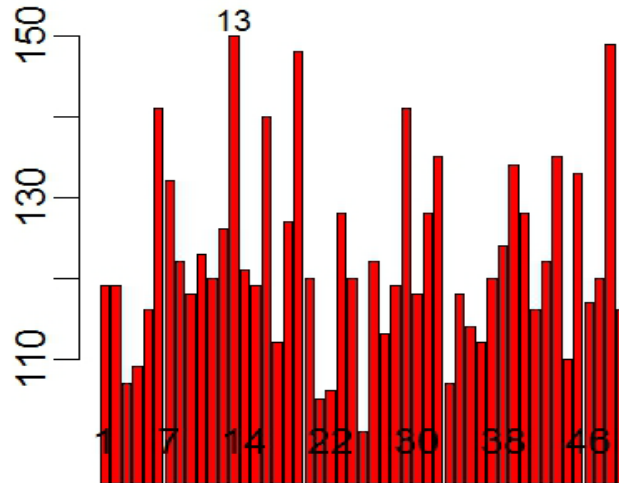


累計搖獎 100 期 第 4 遍

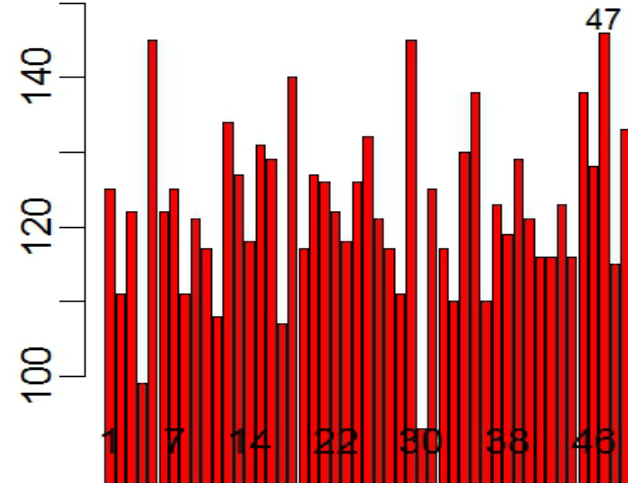


用電腦公平搖獎 1000 期，重複 4 遍

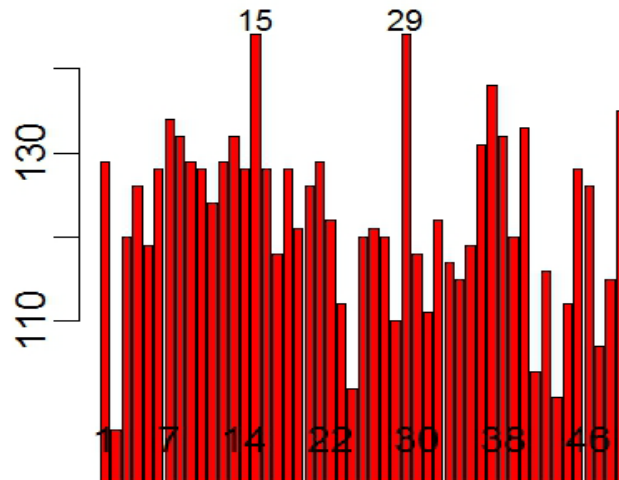
累計搖獎 1000 期 第 1 遍



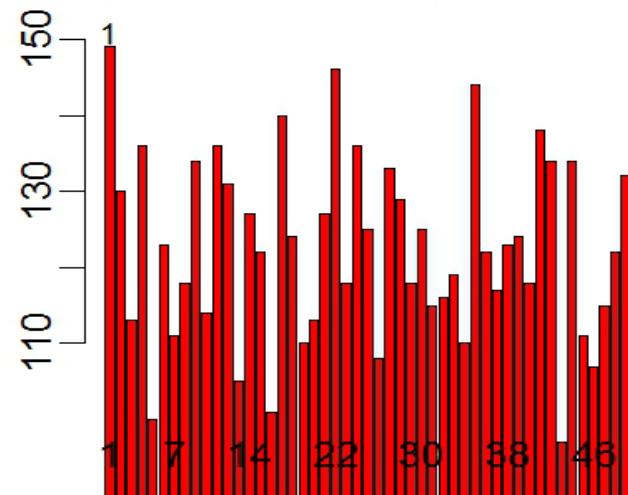
累計搖獎 1000 期 第 2 遍



累計搖獎 1000 期 第 3 遍



累計搖獎 1000 期 第 4 遍

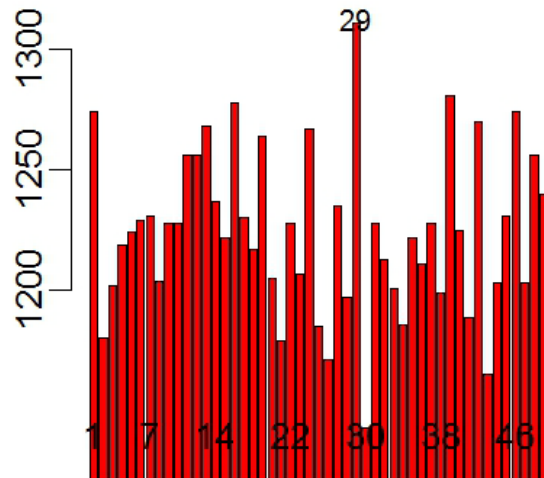


公平搖獎的結果？

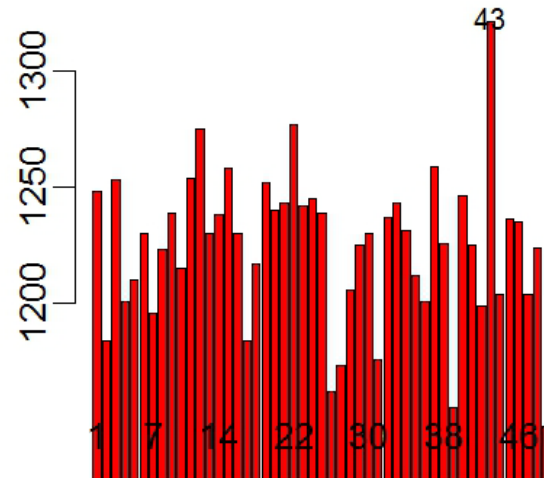
- 49 個號碼被搖出的機會一樣
- 長時間下來，是不是每個號碼被搖中的次數會越來越接近？
- 答案：不一定！！

用電腦公平搖獎 10000 期，重複 4 遍

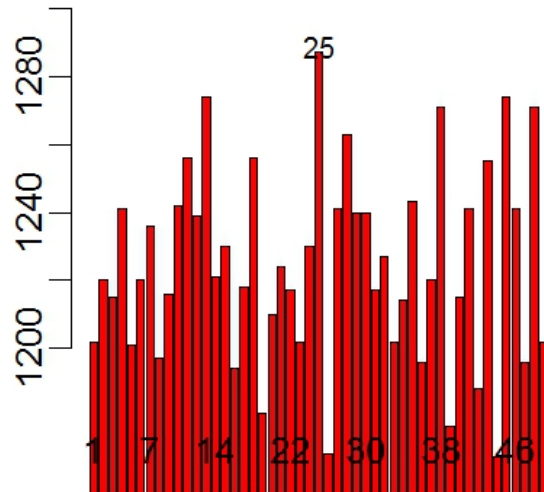
累計搖獎 10000 期 第 1 遍



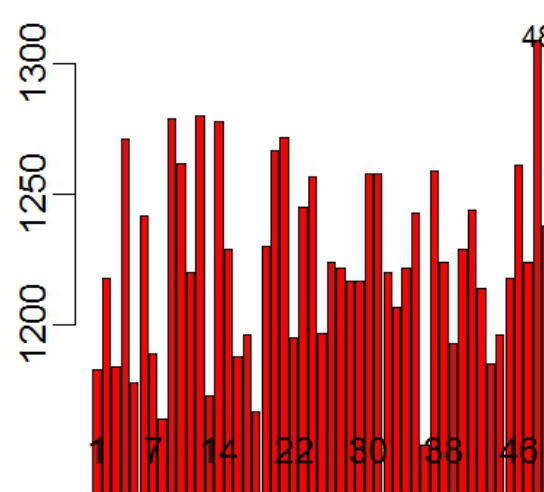
累計搖獎 10000 期 第 2 遍



累計搖獎 10000 期 第 3 遍



累計搖獎 10000 期 第 4 遍



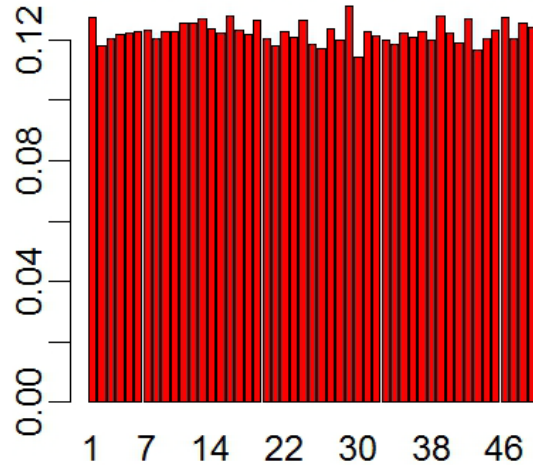
公平搖獎

次數與比例的迷思

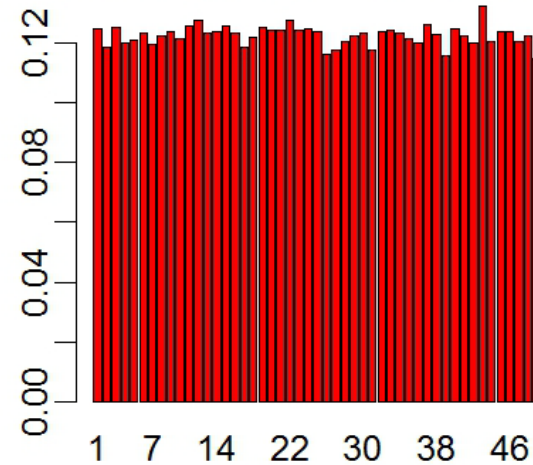
- 49 個號碼被搖出的機會一樣
- 長時間下來，是不是每個號碼被搖中的次數會越來越接近？
- 答案：不一定！！
- 長時間下來，是不是每個號碼被搖中的比例會越來越接近？
- 答案：是的！
- 都接近 $6/49=0.122$

用電腦公平搖獎 10000 期，重複 4 遍

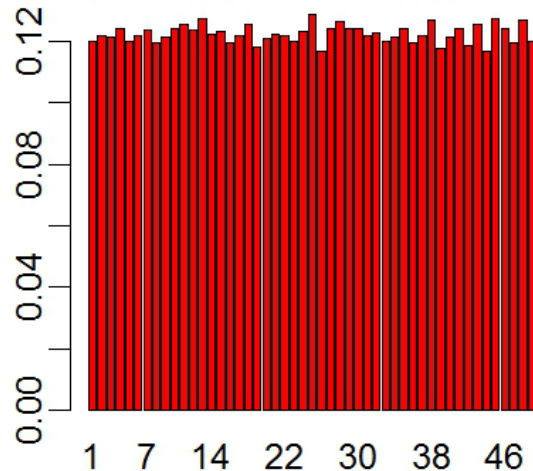
累計搖獎 10000 期 第 1 遍



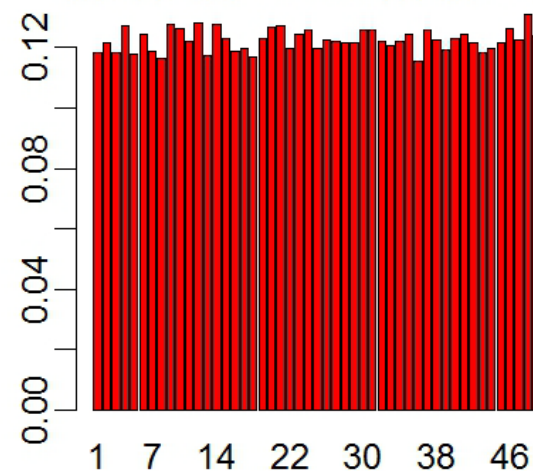
累計搖獎 10000 期 第 2 遍



累計搖獎 10000 期 第 3 遍



累計搖獎 10000 期 第 4 遍



統計一下樂透彩號碼出現次數

- 公正的樂透彩是不是應該各號碼的累積出現次數越來越接近？
- 已經出現比較多次的號碼是否下期出現的機率仍然比較大？
- “讓公益彩券「買彩券、做公益、積功德」成為一種愛與良善的循環”

第三項今天要請電腦幫忙猜測什麼？
冠軍咖啡？
評審的評審標準準不準？

- <http://www.youtube.com/watch?v=3nTP9bOrieE>

冠軍咖啡？ 評審的評審標準準不準？



請電腦幫忙猜測什麼？
冠軍牛肉麵？
評審的評審標準準不準？



「碗中見真章」牛王料理爭霸大賽

比賽辦法

評審的評審標準準不準？

12. 評分方式及標準：

(1) 由各組 3 位評審、共 12 位評審及 1 名評審長（不評分）組成評審團，評分由各組 3 位評審試吃評分，於試吃後按評分標準進行給分（給分範圍為 1-10 分），最終分數以 3 位評審給分之加總為準，佔總成績 100%。

(2) 評分標準：

組別 \ 評分項目	主題展現 (含實用性)	口味	成品外觀 及展示呈現	過程衛生	創意 (國際元素)
傳統紅燒組	20%	50%	20%	10%	
傳統清燉組	20%	50%	20%	10%	
創新米食組	20%	25%	20%	10%	25%
無限創意組	20%	25%	20%	10%	25%

13. 各組選出前 10 名，進行最終決賽。

請電腦幫忙猜測什麼？
冠軍茶葉？
評審的評審標準準不準？



做咖啡品嚐測試實驗

- A. 貝納頌 罐裝咖啡 拿鐵
- B. 星巴克 拿鐵
- C. 7-11 拿鐵
- 各6杯
- 置入相同咖啡杯，微波加熱到 85度C
- 用打亂的次序請評審判斷
- 為了這三家有公平被測驗的機會，
- 告訴評審每一種都有6杯

評審甲

	判斷是 貝納頌	判斷是 星巴克	判斷是 7-11	加總
真正是 貝納頌	3	2	1	6
真正是 星巴克	1	3	2	6
真正是 7-11	2	1	3	6
加總	6	6	6	18

評審乙

	判斷是 貝納頌	判斷是 星巴克	判斷是 7-11	加總
真正是 貝納頌	3	0	3	6
真正是 星巴克	0	5	1	6
真正是 7-11	3	1	2	6
加總	6	6	6	18

亂猜的典型結果丙之一

	判斷是 貝納頌	判斷是 星巴克	判斷是 7-11	加總
真正是 貝納頌	2	2	2	6
真正是 星巴克	2	2	2	6
真正是 7-11	2	2	2	6
加總	6	6	6	18

厲害的評審結果了

	判斷是 貝納頌	判斷是 星巴克	判斷是 7-11	加總
真正是 貝納頌	5	1	0	6
真正是 星巴克	0	5	1	6
真正是 7-11	1	0	5	6
加總	6	6	6	18

評審結果和亂猜典型的差別分數

- 差別分數計算
- O =評審結果杯數
- E =亂猜典型杯數

$$X_i = (O - E)^2 / E$$

- 差別分數和 $X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_9$
- 亂猜的典型結果丙之一分數=0
- 評審甲分數=3
- 評審乙分數=11
- 跟亂猜的差別有多大？

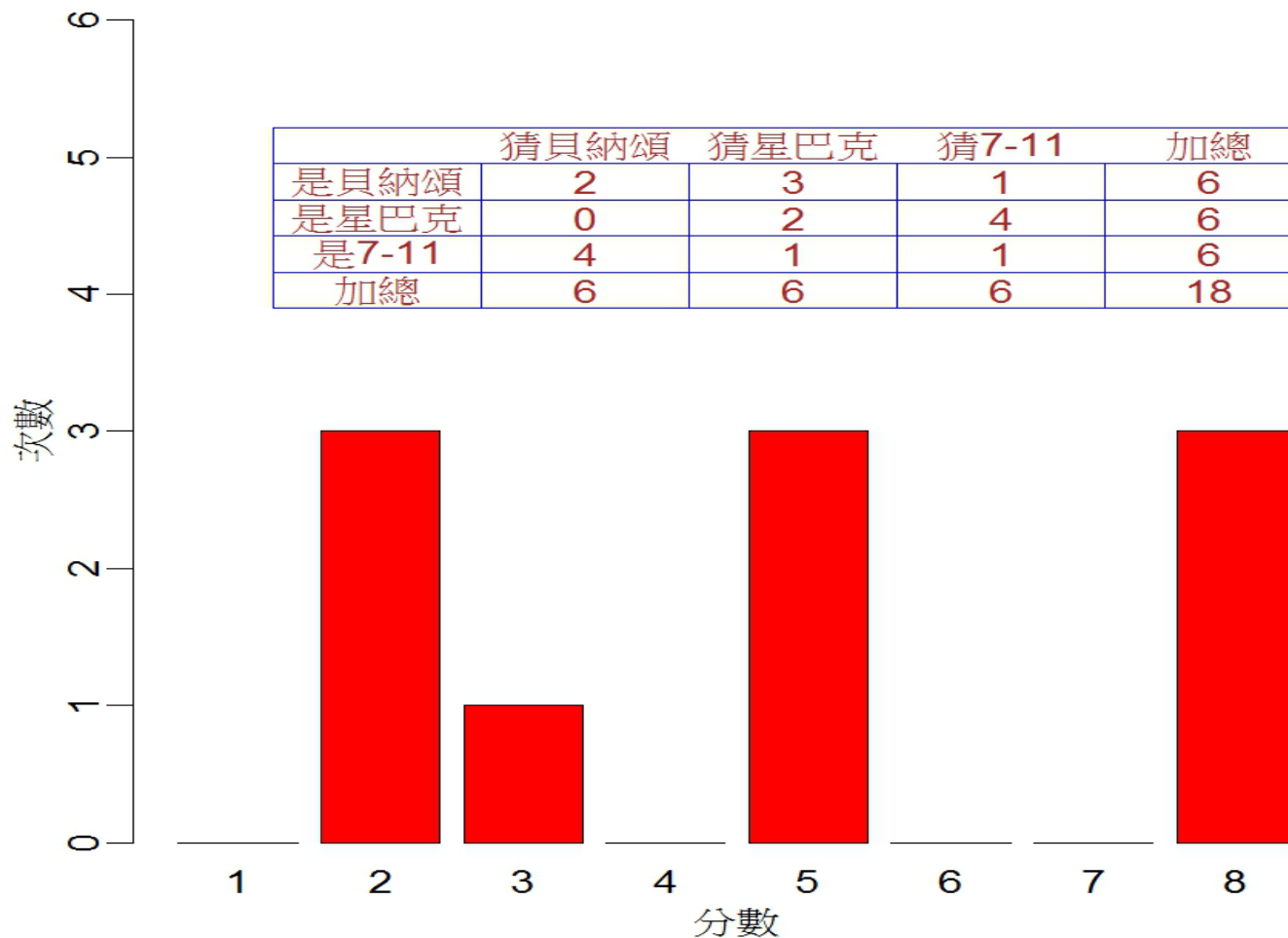
評審結果和亂猜典型的差別分數

- 亂猜的典型結果之一丙分數=0
 - 厲害的評審結果之一丁分數=21
 - 全對分數= 36
-
- 用電腦亂猜看看！
 - 猜成每一種咖啡的機會都是 $1/3$

亂猜的差別分數

電腦實驗 10次

電腦亂猜分數的分佈：第 10 次 = 8 分

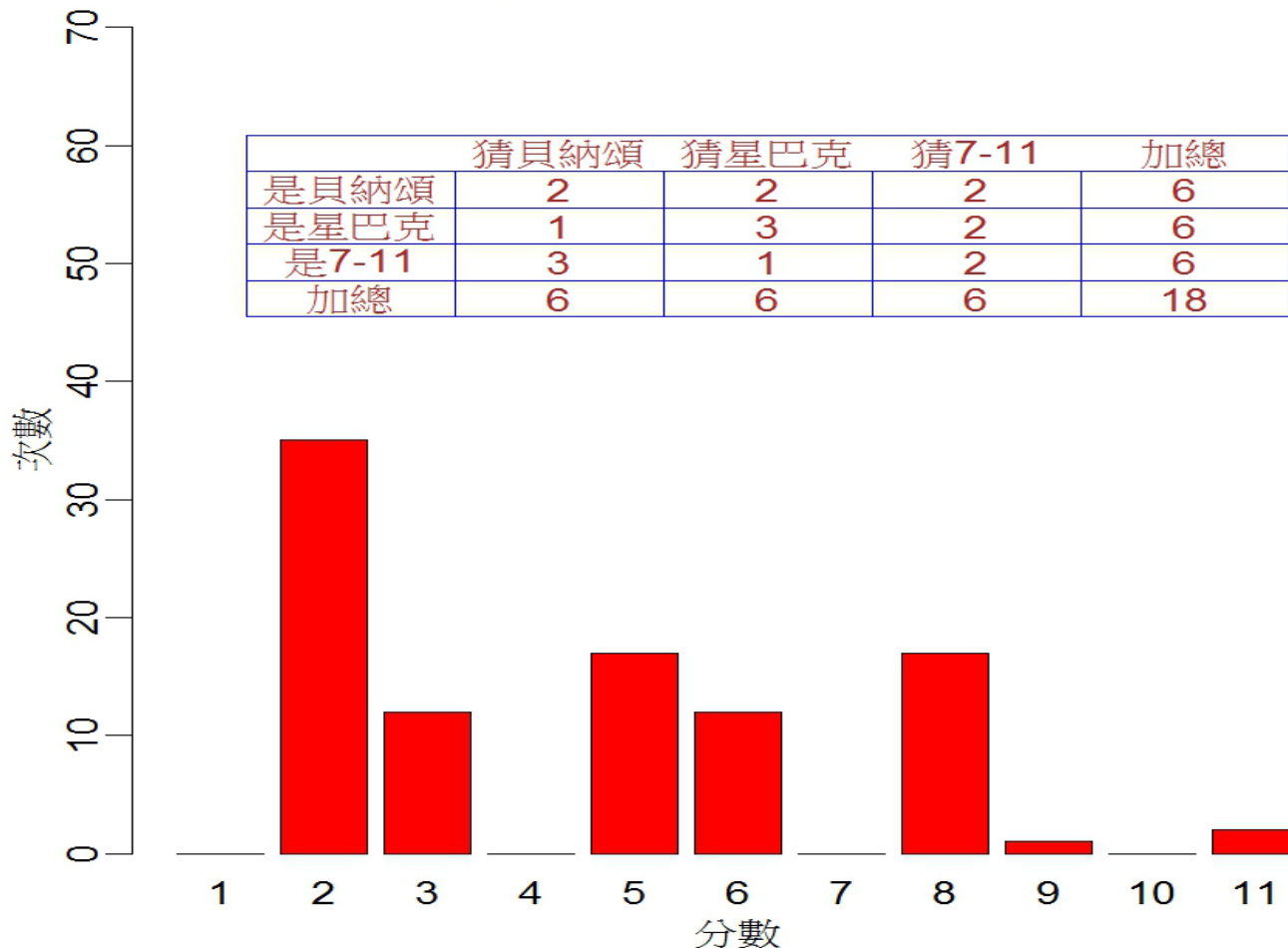


	猜貝納頌	猜星巴克	猜7-11	加總
是貝納頌	2	3	1	6
是星巴克	0	2	4	6
是7-11	4	1	1	6
加總	6	6	6	18

亂猜的差別分數

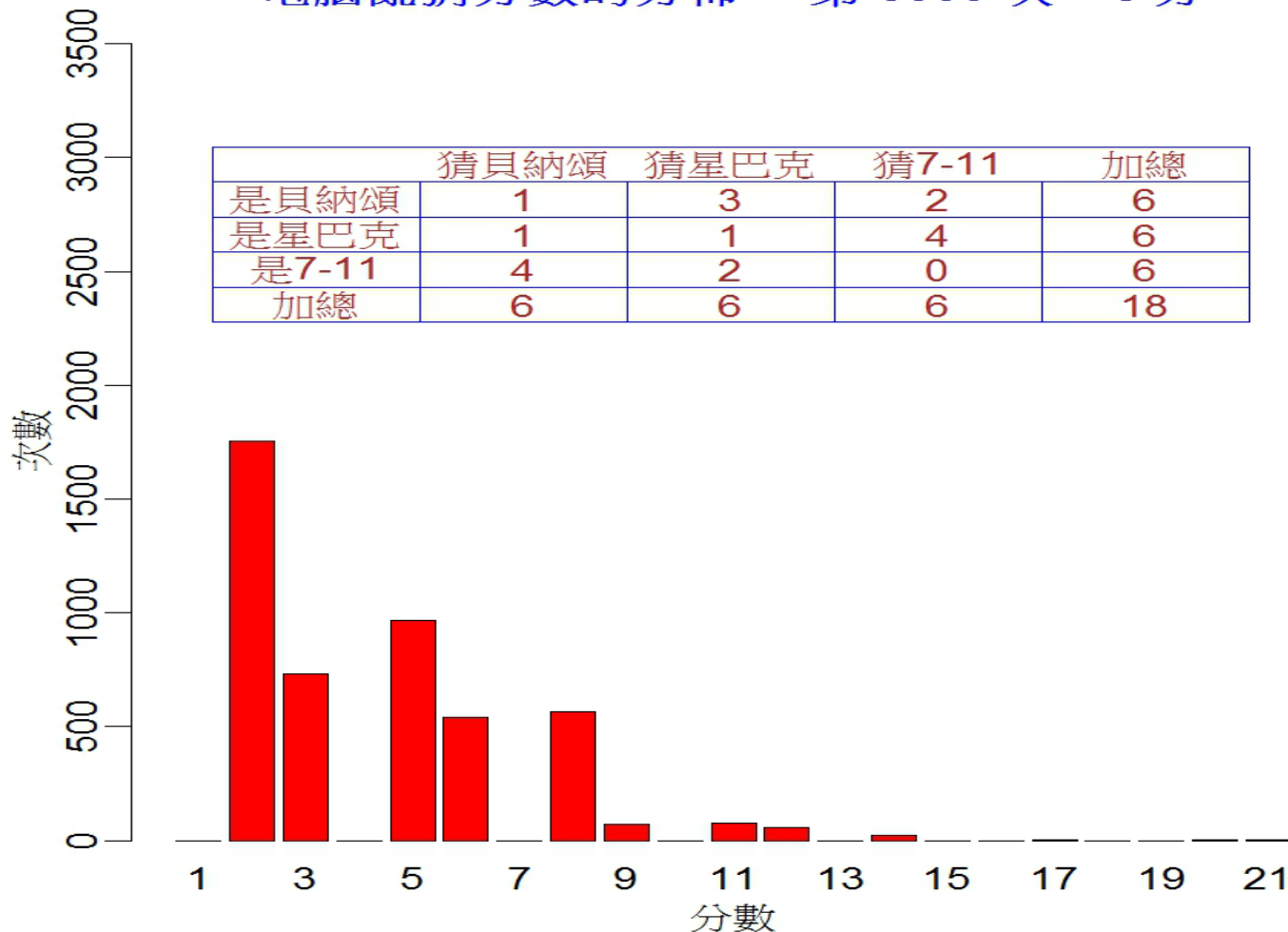
電腦實驗 100次

電腦亂猜分數的分佈：第 100 次 = 2 分



亂猜的差別分數 電腦實驗 5000次

電腦亂猜分數的分佈：第 5000 次 = 8 分



	猜貝納頌	猜星巴克	猜7-11	加總
是貝納頌	1	3	2	6
是星巴克	1	1	4	6
是7-11	4	2	0	6
加總	6	6	6	18

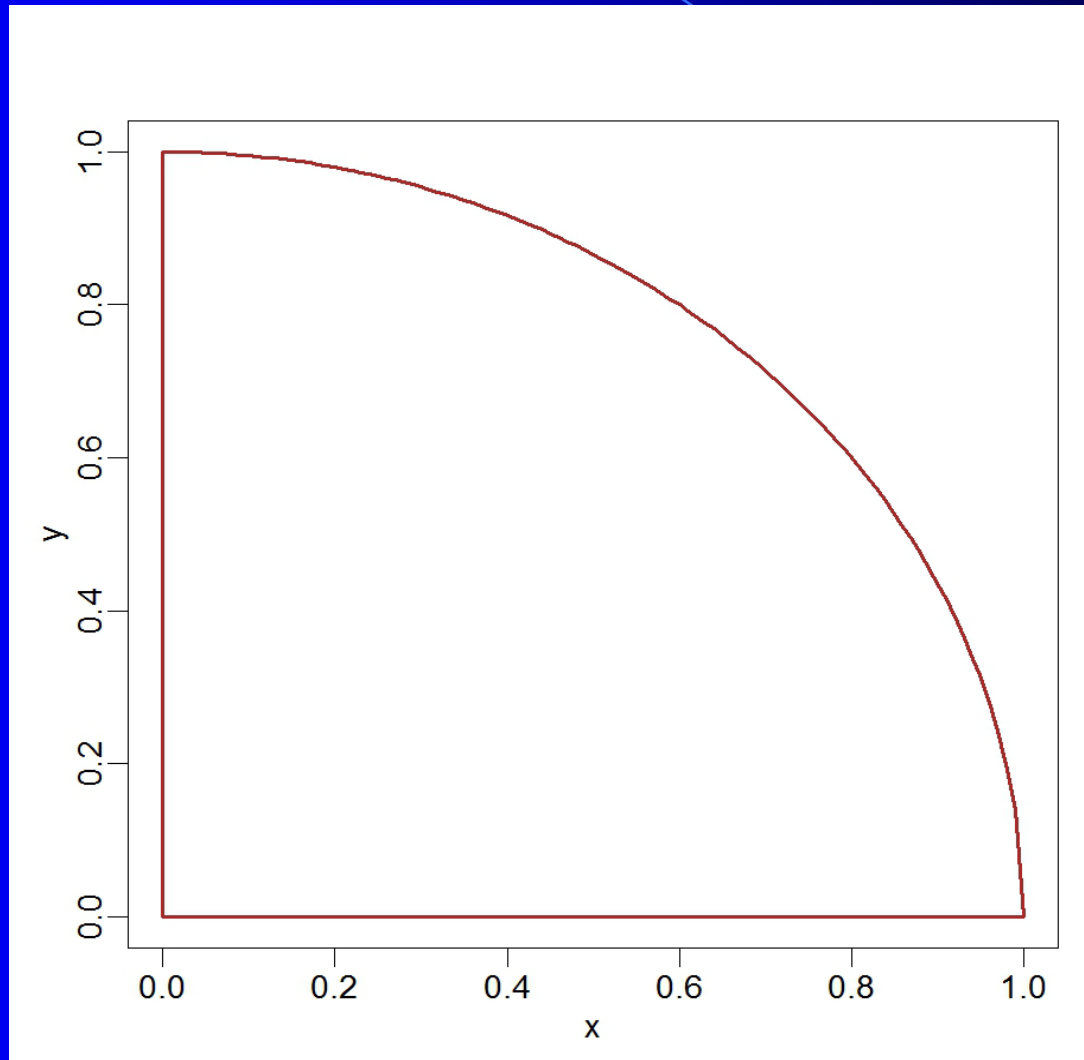
今天要請電腦幫忙猜測什麼？

冠軍咖啡？

評審的評審標準準不準？

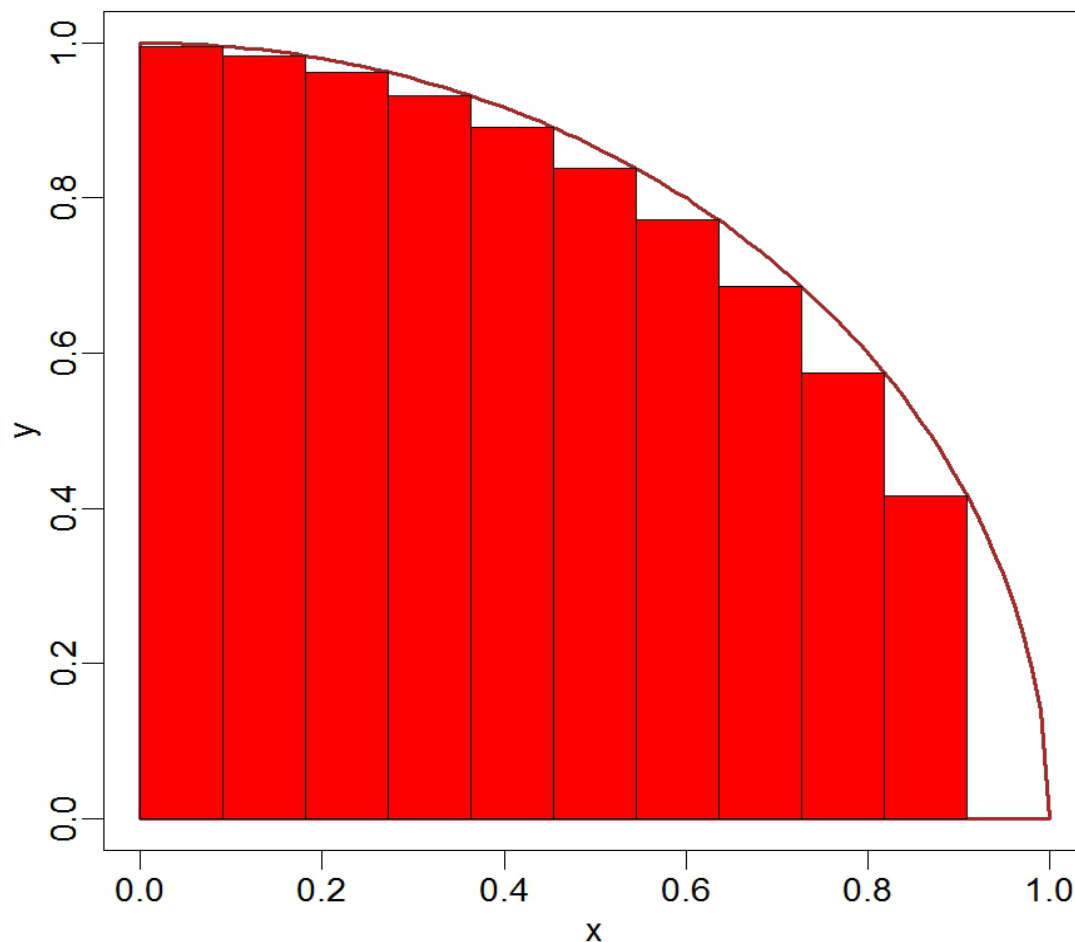
- 建議聘請通過測試，差別分數達15分以上的專家來擔任評審

第四項 今天要請電腦幫忙猜測什麼？
面積？體積？多重積分？



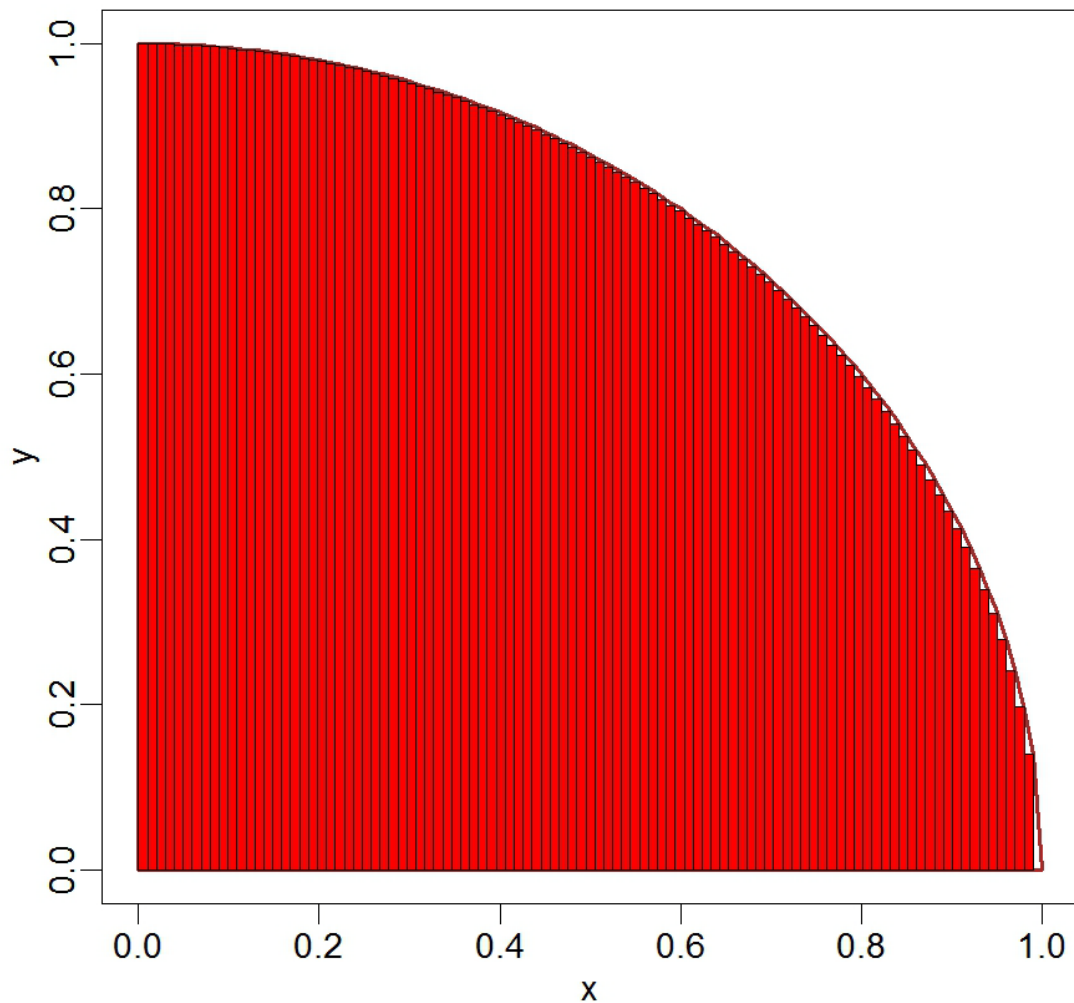
一般的方法：切豆乾法

切成 10 塊,四倍紅色面積為 **2.9276**



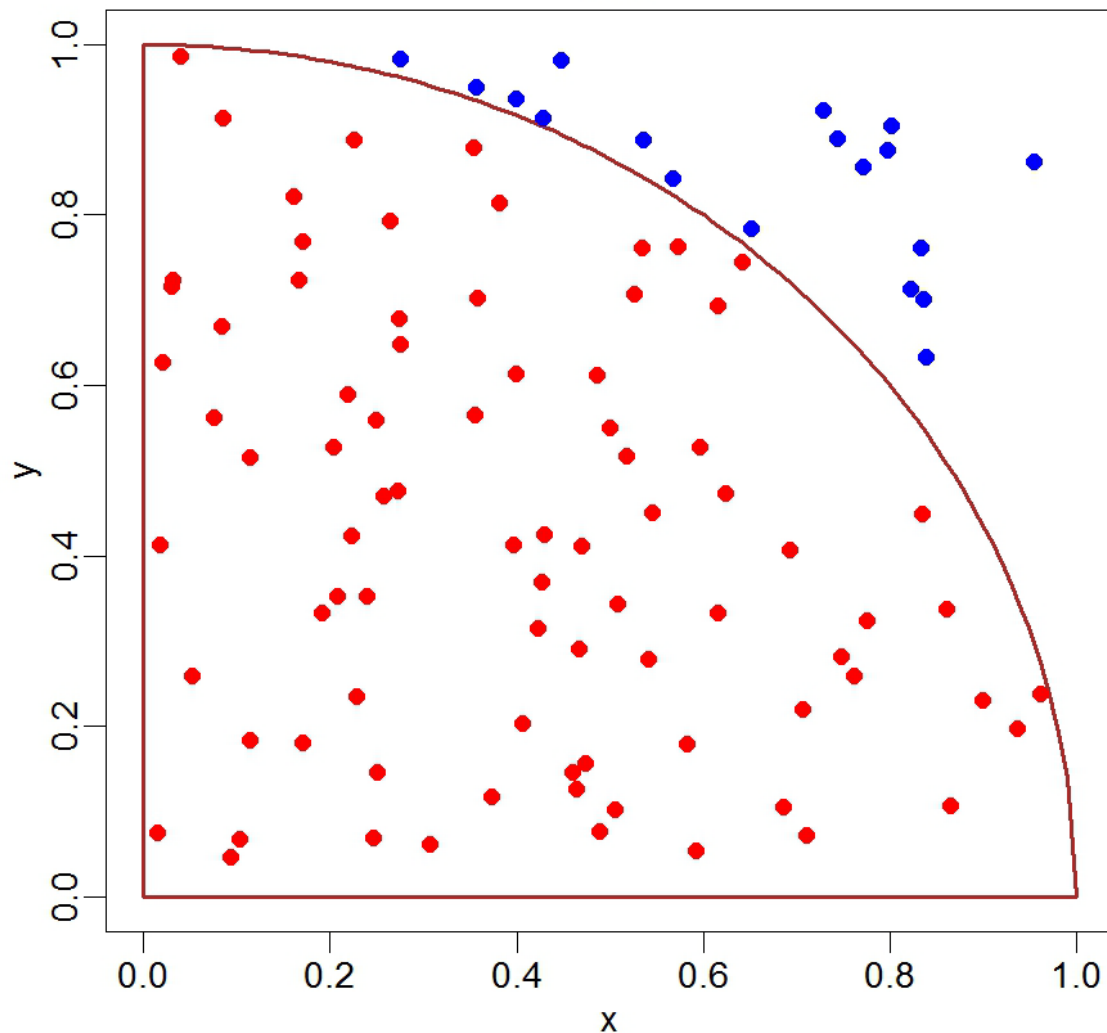
一般的方法：切豆乾法

切成 100 塊,四倍紅色面積為 3.1206



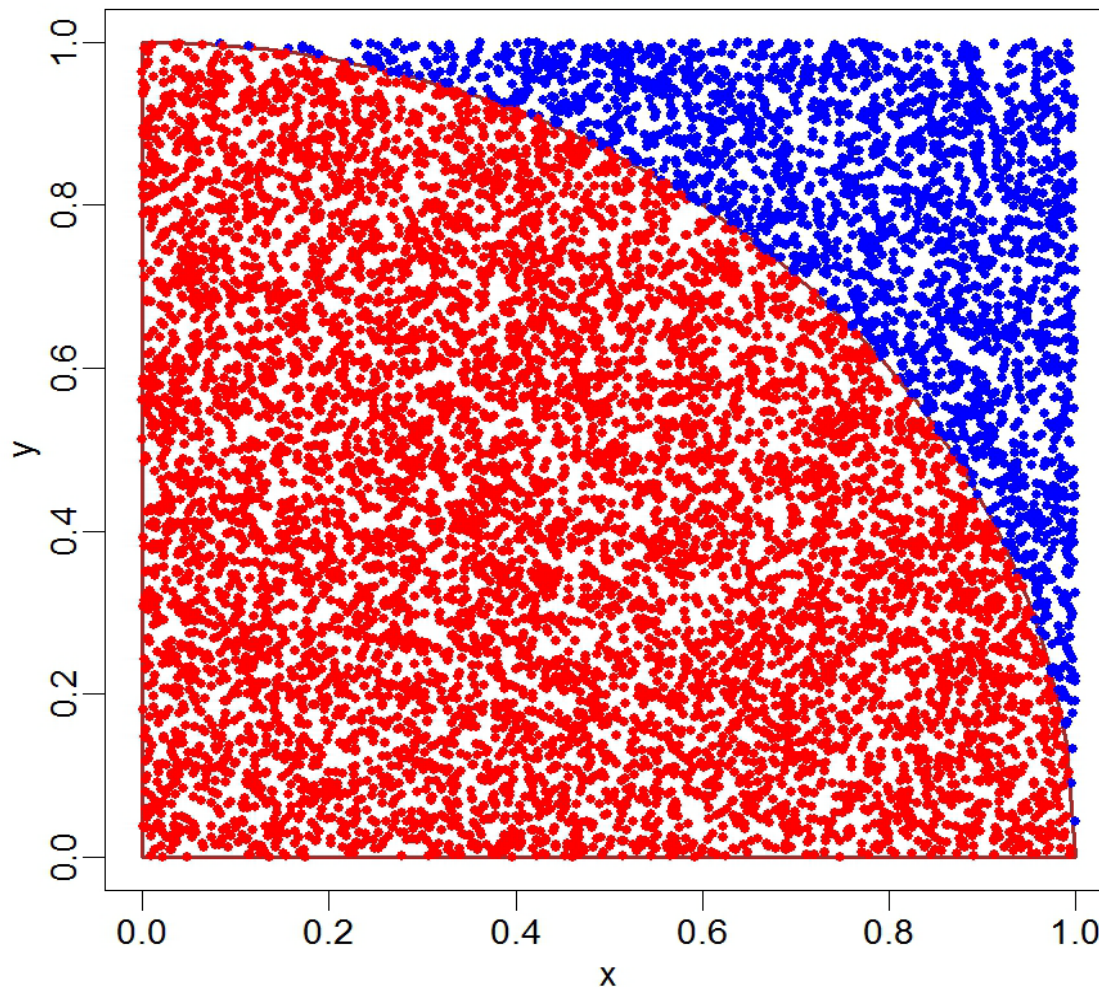
電腦射飛鏢法：100次

射飛鏢 100 次, 四倍紅色點的比例值為
3.28



電腦射飛鏢法：10000次

射飛鏢 10000 次,四倍紅色點的比例值為
3.1356



算體積

- 心型的體積.....
- 火山的體積.....

如果要算20維的積分

$$f = (x_1 + x_2 + \dots + x_{20})^{\frac{1}{5}}$$

$$\int_0^1 \int_0^2 \dots \int_0^{20} (x_1 + x_2 + \dots + x_{20})^{\frac{1}{5}} dx_1 dx_2 \dots dx_{20}$$

切豆乾法和射飛鏢法

- 切豆乾法：如果20維每一維度都要切100塊
- 總共要切

10^{40}

- ## ● 這個數字到底有多大？

宇宙有多少星星

- <http://www.universetoday.com/24328/how-many-stars/>
- 天文學家估計有 10^{22} – 10^{24} 個星星
- 如果每一維度都要切100塊
- 總共要切 10^{40} 塊
- 比宇宙的星星數還多

超級電腦能算多快

- 2012 super computer :
- 2.3 million billion calculations per second
- $$2300000000000000000=2.3 \times 10^{17}$$
- $> 10^{40} / ((2.3 \times 10^{17}) * 86400 * 365)$
 - [1] $1.378687e+15$ (年)
 - 用高速電腦硬算還是要算很久很久，大概要以百年為單位....

射飛鏢法 (hit and miss method)

$$I = \int_{a_1}^{b_1} dx_1 \int_{a_2}^{b_2} dx_2 \dots \int_{a_n}^{b_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv \int_V f(p) dV$$

$$I = V \bar{f} = V \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(p_i)$$

- $N=10000$
- $I=(2.4329 \times 10^{18}) \times (2.5424 \times 10^4) / 10000$
- $=6.1611 \times 10^{18}$

這種請電腦幫忙猜的方法 學名是什麼？

- 名字一：蒙地卡羅法
 - 名字二：隨機模擬法
 - 名字三：統計模擬法
-
- 在第二次世界大戰末期時，由當時著名的物理學家和數學家，如馮紐曼（vonNeumann）、鄂拉姆（Ulam）、費米及梅卓普立斯（Metropolis）所發展出來的。
 - 當時這方法可說是核子武器發展中的附帶產物。
 - 因為這方法和賭博的機率、**亂數（random number）**的產生有關係，因此以最著名的賭場蒙地卡羅命名。
 - 但因為統計上的需要，此方法一直到1980年後**電腦**發展一日千里，才真正廣泛地應用於科學的研究而大出風頭。

亂數＝隨機數

固定(不隨機)位置跳水的好處
地理位置佳，方便，朋友多.....



蒙地卡羅法的主要精神

● 蒙地卡羅法

- 的主要精神就是利用
- 大量的隨機數 (依靠電腦)
- 來考慮各種可能發生的情況 (模型) 和
- 情況出現的比例 (機率分配)
- 以瞭解實際發生情況的形成因素
- 並預測可能發生的情況

蒙地卡羅法的應用舉例

- 物理現象：以蒙地卡羅模擬法研究臨界現象
 - (胡進錕, 中央研究院物理所研究員 1995)
- 化學現象：利用動力蒙地卡羅方法來探討半導體階梯表面上的成長過程
 - (林奕君 張金泉 戴欽坤 王伯昌 李豐穎
Chemistry September 2007, Vol. 65, No. 3,
pp. 327-335)
- 生物現象：以蒙地卡羅方法模擬近紅外光在生物組織的光度分佈
 - (蔡建元 1997)

蒙地卡羅法的應用舉例

- 財務金融：蒙地卡羅模擬法在美式選擇權評價之應用
 - (張森林和何振文 *Journal of Financial Studies* 2002)
- 工業產品：蒙地卡羅模擬應用在裝配不良率導向的公差分析
 - (劉大銘鄭蕉杏 *Journal of Science and Engineering Technology*, 2006)
- 氣象研究：蒙地卡羅法在颱風侵襲機率估計的應用
 - (蔡孝忠 呂國臣* 許乃寧 賈愛玫 *大氣科學*第三十九期第三號 (2010))

今天所使用的軟體

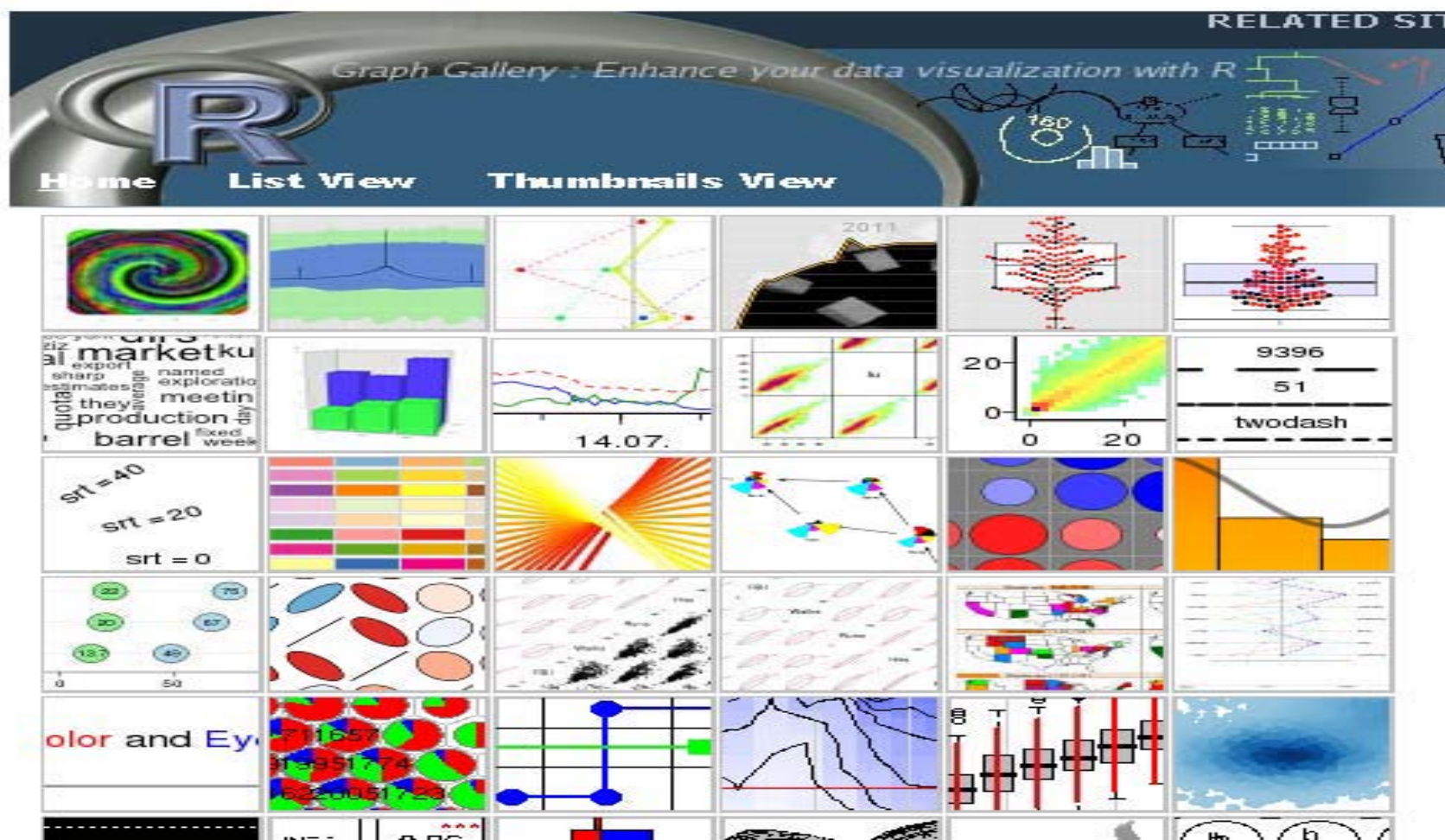
- 名稱：R
- 網址：<http://www.r-project.org/>
- 費用：免費
- R 學習筆記：[國家高速網路與計算中心](http://statlab.nchc.org.tw/rnotes/?page_id=2)
- http://statlab.nchc.org.tw/rnotes/?page_id=2

R 簡介

- R 是一個程式語言
- 統計計算與繪圖的整合環境
- 萌生於貝爾實驗室（Bell Laboratories），主要作者為 John Chambers
- 其語法與 S 語言（S-Plus）非常相似
- 提供非常多的統計工具，包含線性與非線性模型（linear and nonlinear modelling）、統計檢定（statistical tests）、時間序列分析（time series analysis）、分類分析（classification）、群集分析（clustering）等相關工具

R 簡介

- 可以繪製各種統計圖形
- <http://addictedtor.free.fr/graphiques/>



回顧一下：從猜測到決策

- 彈珠台：
 - 猜猜看，在夜市選哪一家彈珠台比較會打中憤怒鳥抱枕？
- 大樂透：
 - 從過去開獎號碼看起來，樂透彩的號碼哪幾個比較可能出現？
- 喝咖啡：
 - 冠軍咖啡？冠軍牛肉麵？冠軍茶？評審的評審標準準不準？
- 算體積：
 - 面積多大？體積多大？積分有多大？

猜測的藝術

- 觀察 推理 請電腦幫忙猜猜看！

